

Exercice.

1. a. Notons b, b' les deux chevaux blancs, et n, n' les deux chevaux noirs.

Les différentes entrées possibles des chevaux sont décrites par l'arbre suivant :

L'ensemble Ω des entrées possibles est l'ensemble des 4-uplets $(c_1; c_2; c_3; c_4)$

où c_1, c_2, c_3, c_4 sont des éléments distincts deux à deux de l'ensemble $\{b; b'; n; n'\}$

$$\text{On a } \text{card}(\Omega) = 24 (= 4 \times 3 \times 2 \times 1)$$

Les chevaux entrant au hasard, Ω est muni de la loi de probabilité équirépartie p .

$$X: \Omega \rightarrow \{1; 2; 3\}$$

$$b n b' n' \mapsto 1$$

$$n n' b' b \mapsto 3$$

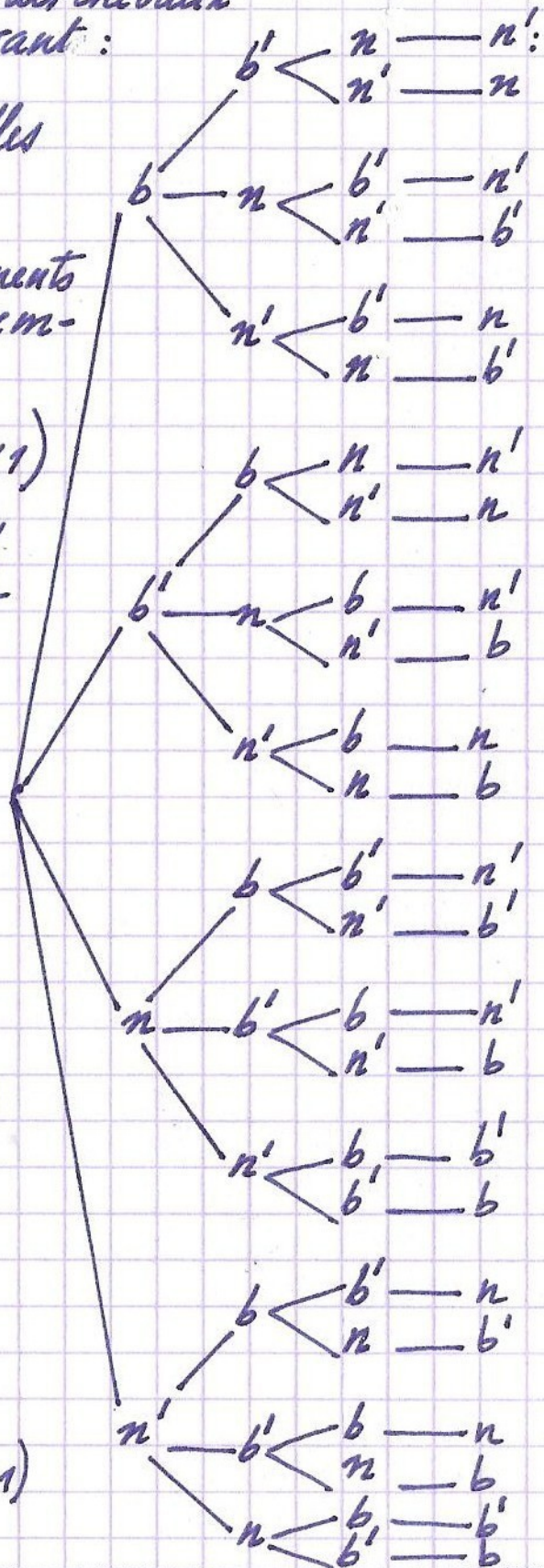
- $\{X=1\}$ est l'événement : le premier cheval blanc est rentré en premier.

$$\text{Card}\{X=1\} = 12 (= 2 \times 3 \times 2 \times 1)$$

$$p(\{X=1\}) = 12/24 = 1/2.$$

- $\{X=2\}$ est l'événement : le premier cheval blanc est rentré en second.

$$\text{Card}\{X=2\} = 8 (= 2 \times 2 \times 2 \times 1)$$



$$p(\{X=2\}) = 8/24 = 1/3.$$

• $\{X=3\}$ est l'événement: le premier cheval blanc est entré en troisième.

$$\text{Card}\{X=3\} = 4 (= 2 \times 1 \times 2 \times 1); \quad p(\{X=3\}) = 4/24 = 1/6.$$

v	1	2	3
$p(X=v)$	1/2	1/3	1/6

$$\begin{aligned} \underline{1.6.} \quad E(X) &= 1 \times p(X=1) + 2 \times p(X=2) + 3 \times p(X=3) \\ &= 5/3 \simeq 1,66 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{var}(X) &= (1-EX)^2 p(X=1) + (2-EX)^2 p(X=2) + (3-EX)^2 p(X=3) \\ &= 5/9. \end{aligned}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{var} X} = \sqrt{5/9} \simeq 0,74$$

lors d'une représentation, on peut espérer que le premier cheval blanc apparaîsse dans un rang proche de 1,66 et on peut s'attendre à une écart moyen de 0,74 entre le rang que l'on peut espérer et les différents rangs possibles.

2. D'après la loi des grands nombres, sur un grand nombre de représentations, le rang moyen d'apparition du premier cheval blanc est proche de $E(X) \simeq 1,66$.